

＜ 量子コンピュータに代表される量子情報処理の発展に向けた 量子状態推定の構成方法の導出 ＞

研究年度 平成 30 年度

研究期間 平成 30 年度～平成 30 年度

研究代表者名 吉田雅一

共同研究者名

● 概要

量子コンピュータや量子暗号に代表される量子情報処理では、その処理において意図した量子状態が準備されることが重要である。もし、雑音などの影響で意図した量子状態が準備されない場合、理論通りの処理を行うことができない。よって、準備された量子状態が意図した量子状態であるかを調べる量子状態推定が必要不可欠となる。量子状態推定として、SIC-POVM が最適な方法であることが知られている。しかし、SIC-POVM の理論的な構成方法は一般的には知られていない。本研究では、量子情報処理の今後のさらなる発展に向けて、比較的シンプルな方法（数学の言葉を使うと Gram-Schmidt 直交化法やユニタリ変換など）のみを用いて一般化 SIC-POVM および量子ビット系における SIC-POVM の構成法を示した。

● 成果発表

本件研究は次の研究集会にて発表した。

集会名：第 41 回情報理論とその応用シンポジウム

開催日時：2018 年 12 月 18 日（火曜）-21 日（金曜）

開催場所：福島県いわき市スパリゾートハワイアンズ

発表日時：2018 年 12 月 12 日（火曜）

セッション名：量子情報理論 I-量子測定と応用-

論文題目：一般化 SIC-POVM の一構成法：MUB と NB と SIC system の関係性

著者：吉田雅一（長崎県立大学）、木村元（芝浦工業大学）

掲載場所：第 41 回情報理論とその応用シンポジウム予稿集，pp. 248-252

● 発表内容

研究内容について上記発表論文を引用（下記「から」まで）して説明する。

「

一般的に量子状態は密度行列で記述される。量子系が与えられたときにその量子状態を同定すること、つまり密度演算子の要素を決定することは、量子情報理論の応用技術の発展において重要になる。例えば、何らかの量子操作を行う際に、量子系が意

図した量子状態となっていない場合、理論通りの量子操作を行うことができない。そのため、意図した量子状態となっているか同定し確かめる必要がある。同一の量子状態となっている量子系が複数与えられたときに、それらの量子系より実験的に得られる統計情報を用いて量子状態を同定することを量子状態トモグラフィーという。

量子状態トモグラフィーとして、symmetric informationally complete (SIC)-positive operator valued measures (POVMs) [1] による測定が最適な手法の一つであることが知られている[2]。ただし SIC-POVM は、作用する Hilbert 空間の次元が 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100 など限られた場合には存在することが知られているが、一般的にはその存在性は知られていない[3]。一方で、SIC-POVM であるための条件を緩めた一般化 SIC-POVM [4, 5] があり、その存在性は任意の次元において示されている[6]。

文献[7]では、完全 mutually unbiased bases(MUBs) [8, 9] および完全 mutually unbiased striations(MUSs) [10] より normalized bases (NBs) を構成し、その NB を用いて一般化 SIC-POVM および 2 次元の SIC-POVM の構成を示した。また、SIC-POVM であるための条件から POVM 要素の正值性を除いた条件により定義される SIC system の構成を示した。

本稿では、文献[7] で示した結果の補足として、完全 MUB, NB, SIC system の関係性を明らかにする。ただし文献[12]において、完全 MUS が存在するならば、完全 MUB が存在することと NB が存在することが同値であることをすでに示している。一方で本稿では、完全 MUS が存在するならば、完全 MUB が存在することと SIC system が存在することが同値であることを示す。これらの結果をまとめることで、完全 MUS が存在するとき、完全 MUB, NB および SIC system それぞれが存在することが同値であることを示す。

↓

上記引用内の参考文献：

- [1] J. M. Renes, R. Blume-Kohout, A. J. Scott, and C. M. Caves, "Symmetric informationally complete quantum measurements," J. Math. Phys. 45, 2171 (2004).
- [2] D. Petz, L. Ruppert, and A. Szanto, "Conditional SIC-POVMs," IEEE Trans. Inf. Theory 60, pp. 351-356 (2014).
- [3] C. A. Fuchs, M. C. Hoang, and B. C. Stacey, "The SIC Question: History and State of Play," Axioms, 6, 21, (2017).
- [4] D. M. Appleby, "Symmetric Informationally Complete Measurements of Arbitrary Rank," Optics and Spectroscopy 103, 3, pp. 416-428 (2007).
- [5] A. Kalev, "A geometrical relation between symmetric operators and mutually unbiased operators," quant-ph/arXiv:1305.6044, (2013).

- [6] G. Gour and A. Kalev, "Construction of all general symmetric informationally complete measurements," *J. Phys. A: Math. Theor.* 47, 335302 (2014).
- [7] 吉田雅一, 木村元, 程俊, "一般化 SIC-POVM の一構成法," 第 39 回情報理論とその応用シンポジウム予稿集, pp. 484-487, (2016).
- [8] I. D. Ivanovic, "Geometrical description of quantum state determination," *J. Phys. A* 14, 3241 (1981).
- [9] W. K. Wootters and B. D. Fields, "Optimal state-determination by mutually unbiased measurements," *Ann. Phys.* 191, Issue 2, pp. 363-381 (1988).
- [10] W. K. Wootters, "Quantum Measurements and Finite Geometry," *Found. of Phys.* Vol. 36, No. 1, pp. 112-126 (2006).
- [12] 吉田雅一, 木村元, 宮寺孝之, 程俊, "Mutually Unbised Basis と有限幾何について," 第 36 回情報理論とその応用シンポジウム予稿集, pp. 382-387 (2013).